

Research Article

# การจำลองคลื่นสัญญาณไฟฟ้าหัวใจที่เกิดจากการทำงานของ หัวใจที่ผิดปกติโดยใช้คณิตศาสตร์แบบไม่ต่อเนื่องด้วย ฟังก์ชันเคอร์เนล

## Discrete mathematical model for heart disease ECG waveform using Kernel Function

ชรากร จารุทัยกานต์\* และ ฐิตนนท์ จารุโรจน์กิริติ

ภาควิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ  
Department of Applied Statistics, Faculty of Applied Science, King Mongkut's University of Technology North  
Bangkok

\*E-mail : champ7th@gmail.com

### บทคัดย่อ

งานวิจัยฉบับนี้นำเสนอการออกแบบรูปสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้คณิตศาสตร์แบบไม่ต่อเนื่องด้วยฟังก์ชันเคอร์เนล โดยสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจที่ต่อเนื่องทางเวลา (สัญญาณอนาล็อก) จะถูกแปลงเป็นสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา (สัญญาณดิจิทัล) หรือเรียกว่าข้อมูลคลื่นไฟฟ้าหัวใจต้นแบบ จากนั้นข้อมูลคลื่นไฟฟ้าหัวใจต้นแบบจะถูกเปลี่ยนแปลงค่าโดยใช้ฟังก์ชันเคอร์เนล เรียกว่าข้อมูลคลื่นไฟฟ้าหัวใจฟังก์ชันเคอร์เนล จะถูกแปลงเป็นสมการพหุนาม (polynomial) ซึ่งจะได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สมบูรณ์ของสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจและสามารถนำไปใช้สร้างเครื่องจำลองสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจที่มีความละเอียดสูงและใช้พื้นที่หน่วยความจำต่ำสำหรับความละเอียดของสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจที่สร้างขึ้นจากรูปจำลองทางคณิตศาสตร์จะถูกแสดงด้วยค่าเปอร์เซ็นต์ความแตกต่างของสมการกำลังสองและค่าความคลาดเคลื่อนร้อยละสมบูรณ์เฉลี่ย โดยในงานวิจัยนี้ได้เปรียบเทียบฟังก์ชันเคอร์เนลจำนวน 6 รูปแบบ คือ Epanechnikov, Quartic, Triweight, Triangular, Gaussian และ

Cosin กับสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจแบบผิดปกติจำนวน 3 รูปแบบ จากการวิจัยพบว่ากราฟของสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจที่นำมาศึกษาแต่ละชนิดนั้น ในช่วงที่มีการเปลี่ยนแปลงขนาดและเวลาที่รวดเร็วที่ปรับด้วย Kernel Triweight Function มีกราฟความถี่ของสัญญาณน้อยกว่าสัญญาณที่ปรับด้วย Kernel Function อื่นๆ เมื่อเปรียบเทียบกับสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจต้นฉบับ

**คำสำคัญ:** คลื่นไฟฟ้าหัวใจค่าความคลาดเคลื่อนร้อยละ ,เปอร์เซ็นต์ความแตกต่างของสมการกำลังสอง ,เคอร์เนล , สมบูรณ์เฉลี่ยร้อยละสมบูรณ์เฉลี่ย

### Abstract

In this paper, we proposed a new design of the mathematical model for ECG waveform using Kernel Function. The continued standard ECG signal was converted to the discrete time signal or original ECG data. After that the original ECG data was changed to the Kernel ECG data by Kernel Function. Then the Kernel ECG data was converted to mathematical model using discrete least square technique which was the complete mathematical model of ECG equation and will be used to implement the ECG simulator with high resolution and low memory storage. For the accuracy of the ECG signals that were implemented by mathematical models with ECG simulations, it was presented in a PRD (Percent root mean square difference) and MAPE (Mean absolute percentage error). In this research, six Kernel Functions were compared on PRD and MAPE. The Kernel Functions were (1) Epanechnikov, (2) Quartic, (3) Triweight, (4) Triangular, (5) Gaussian and (6) Cosin. Each Function was subjected to three different kinds of heart disease. The results from these studies showed that the Kernel Triweight Function gave lowest MAPE and PRD when compared to other Kernel Functions.

**Keywords :** ECG, Kernel Function, percent root mean square difference, mean absolute percentage error

### 1. คำนำ

การตรวจวัดและการบันทึกคลื่นไฟฟ้าหัวใจ (ECG: electrocardiogram) เป็นวิธีการตรวจวัดซึ่งมีประโยชน์และมีความน่าเชื่อถืออย่างมากในวงการแพทย์ โดยแพทย์จะอาศัยผลการตรวจวัดเพื่อทำการวินิจฉัยความผิดปกติของการทำงานของหัวใจ ซึ่งในปัจจุบันการตรวจคลื่นไฟฟ้าหัวใจเป็นวิธีการที่ได้รับความนิยมในวงการแพทย์ โดยสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจนั้นเป็นสัญญาณไฟฟ้าที่เกิดจากการทำงานของหัวใจสามารถวัดค่าได้จากร่างกาย โดยลักษณะของสัญญาณไฟฟ้าที่เกิดขึ้นจะแสดงให้เห็นถึงการบีบและคลายตัวของกล้ามเนื้อหัวใจ ซึ่งเมื่อหัวใจทำงานเป็นปกติสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจจะมีลักษณะเป็นมาตรฐานเฉพาะตัว และเมื่อสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจที่วัดได้มี

ลักษณะผิดไปจากรูปแบบมาตรฐานนั้นหมายถึงการทำงานที่ผิดปกติของหัวใจด้วย ซึ่งจะเห็นได้ว่าสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจเป็นสิ่งที่จำเป็นต่อการวินิจฉัยอาการผิดปกติของการทำงานของหัวใจ (ชมพูนุช, 2543)

การวัดสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจนั้นจำเป็นต้องใช้เครื่องวัดที่มีความถูกต้องแม่นยำเป็นอย่างมาก ซึ่งเครื่องวัดสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจนี้จะต้องถูกปรับแต่งให้ทำงานถูกต้องอย่างสม่ำเสมอ โดยในการปรับแต่งนั้นจำเป็นต้องอาศัยแหล่งกำเนิดสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจจำลอง (ECG simulation) ที่มีรูปแบบมาตรฐานมาทำการปรับแต่ง จึงจะทำให้เครื่องจำลองสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจเป็นเครื่องมือที่มามีการทำงานอย่างเที่ยงตรง ในหลักการเดิมของเครื่องจำลองสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจนั้นข้อมูลสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจจากคนปกตินั้นจะถูกบันทึกลงในหน่วยความจำแบบตาราง (fill table) และเมื่อต้องการนำสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจมาใช้ก็จะทำการอ่านข้อมูลจากหน่วยความจำในลักษณะ look up table โดยความละเอียดของสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจจะขึ้นอยู่กับจำนวนบิต (bit) ของข้อมูลที่จัดเก็บ ซึ่งถ้าต้องการสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจที่มีคุณภาพสูงก็จำเป็นต้องใช้หน่วยความจำที่มีความจุเป็นจำนวนมาก (Sadighi and Kejariwal, 1989)

## 2. วัตถุประสงค์

เพื่อสร้างตัวแบบสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้เทคนิคประมาณค่ากำลังสองน้อยที่สุดแบบไม่ต่อเนื่อง ในรูปแบบฟังก์ชันพหุนาม (Polynomial) ด้วยฟังก์ชันเคอร์เนล

## 3. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

### 3.1 การเกิดคลื่นไฟฟ้าหัวใจในทางสรีระไฟฟ้า

กระบวนการหดตัวและคลายตัวอย่างสม่ำเสมอของหัวใจส่งผลให้เกิดสรีระไฟฟ้าไหลผ่านไปมาในหัวใจเป็นวงรอบหรือที่เรียกว่าคลื่นไฟฟ้าหัวใจ ประกอบด้วยคลื่น P คลื่น QRS Complex คลื่น T และคลื่น U

การเกิดคลื่น P แสดงการดีโพลาไรเซชันของหัวใจห้องบนซ้ายและหัวใจห้องบนขวา (depolarization of the right and left atria) ซึ่งทำให้หัวใจห้องบนมีการหดตัว โดยปกติคลื่น P จะเป็นคลื่นหัวตั้ง เว้นแต่ใน Lead  $aVR$  ที่คลื่น P จะเป็นคลื่นหัวกลับ คลื่น P จะมีขนาดใหญ่และเห็นได้ชัดที่สุดเมื่ออยู่ใน Lead  $II$  มากกว่า Lead อื่นๆ

การเกิดคลื่น QRS Complex แสดงการดีโพลาไรเซชันของหัวใจห้องซ้ายล่างและหัวใจห้องขวาล่าง (right and left ventricular depolarization) ส่งผลให้กล้ามเนื้อหดตัวส่งโลหิตไปเลี้ยงส่วนต่างๆ ภายในร่างกายและประกอบขึ้นเป็นคลื่น Q คลื่น R และคลื่น S ในคนปกติคลื่น Q จะเป็นคลื่นลบเล็กๆ เกิดจากการกระตุ้นทางไฟฟ้าของผนังกล้ามเนื้อด้านซ้ายและวิ่งจากทางด้านขวา เนื่องจากผนังกล้ามเนื้อด้านซ้ายหนากว่าด้านขวาทำให้เราได้คลื่นบวก R สูงและชัดเจนเมื่อเราวางขั้วไฟฟ้าไว้ที่บริเวณเวนทริเคิลซ้าย ถ้าวางขั้วไฟฟ้าไว้ที่บริเวณเวนทริเคิลขวากลื่นที่บันทึกได้จะแสดงให้เห็นคลื่น R ที่เล็กและเตี้ย แต่คลื่น S จะมีลักษณะที่แหลมและลึก

การเกิดคลื่น T แสดงการรีโพลาไรเซชันหัวใจห้องล่างมีขนาดประมาณร้อยละ 30 ของคลื่น R โดยที่คลื่น T จะมีลักษณะหัวตั้งไม่ค่อยสมมาตรเล็กน้อย ซึ่งทางด้านขาขึ้น (ascending) ชันน้อยกว่าด้านขาลง (descending) เล็กน้อย ซึ่งจะได้คลื่น T หัวตั้งในกรณีวัดโดยใช้ Lead I, II, V<sub>3</sub> - V<sub>6</sub> และจะได้คลื่น T หัวกลับในกรณีวัดโดยใช้ Lead aVR

การเกิดคลื่น U มีจุดกำเนิดไม่แน่ชัดแต่อาจแสดงถึงสภาพหลังการรีโพลาไรเซชันของเส้นใย Purkinje และระยะที่เกิดคลื่น U จะตรงกับระยะพักตัวของเวนทริเคิล (ขงยุทธ, 2546)

### 3.2 เทคนิคการประมาณค่ากำลังสองน้อยที่สุด (Least Square)

เทคนิคประมาณค่ากำลังสองน้อยที่สุด เป็นวิธีการประมาณค่าฟังก์ชัน โดยฟังก์ชันที่สร้างขึ้นใหม่นี้จะอยู่ในรูปสมการโพลิโนเมียล และจะทำการสร้างข้อมูลใหม่ที่มีค่าใกล้เคียงกับข้อมูลเดิมมากที่สุด ความถูกต้องของฟังก์ชันจะขึ้นอยู่กับดีกรีของโพลิโนเมียล

เทคนิคประมาณค่ากำลังสองน้อยที่สุดแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete Least Square) เป็นการประมาณค่ากำลังสองน้อยที่สุดชนิดหนึ่ง โดยที่ข้อมูลเดิมจะเป็นข้อมูลไม่ต่อเนื่อง ซึ่งการประมาณค่าจะจัดให้อยู่ในรูปของโพลิโนเมียล  $p \in \Pi_n$  ที่ดีกรี  $n$  ที่มากที่สุดที่จะทำให้ผลรวมกำลังสองของน้ำหนักของค่าผิดพลาดมีค่าน้อยที่สุด แสดงได้ดังสมการที่ (1)

$$\sum_{i=0}^N w_i (f(x_i) - p(x_i))^2 = \sum_{i=0}^N w_i (f(x_i) - a_0 - a_1x_i - \dots - a_nx_i^n)^2 \quad (1)$$

เมื่อ  $x_0, x_1, \dots, x_n$  เป็นข้อมูลไม่ต่อเนื่องและ  $w_0, w_1, \dots, w_N$  ซึ่งเกี่ยวข้องกับน้ำหนักของข้อมูล สมมติว่า  $N > n$  ฉะนั้นค่าความผิดพลาดสามารถกำหนดให้เป็นศูนย์โดยการใส่สมการโพลิโนเมียล ในกรณีนี้จำนวนของข้อมูลไม่ต่อเนื่องจะสำคัญมากกว่าดีกรีของการประมาณค่า

สำหรับกรณีที่เป็นข้อมูลแบบต่อเนื่อง สามารถแยกแยะความแตกต่างของสมการที่ (1) ที่มีความเกี่ยวข้องกับสัมประสิทธิ์แต่ละตัวที่มาจากสมการทั่วไป

$$a_0 \sum_{i=0}^N w_i x_i^j + a_1 \sum_{i=0}^N w_i x_i^{j+1} + \dots + a_n \sum_{i=0}^N w_i x_i^{j+n} = \sum_{i=0}^N w_i x_i^j f(x_i) \quad (2)$$

เมื่อ  $j = 0, 1, \dots, n$  หรือ เมื่อ  $j = 0$

$$a_0 \sum_{i=0}^N w_i x_i^0 + a_1 \sum_{i=0}^N w_i x_i^1 + \dots + a_n \sum_{i=0}^N w_i x_i^n = \sum_{i=0}^N w_i x_i^0 f(x_i) \quad (3)$$

เมื่อ  $j = 1$

$$a_0 \sum_{i=0}^N w_i x_i^1 + a_1 \sum_{i=0}^N w_i x_i^2 + \dots + a_n \sum_{i=0}^N w_i x_i^{n+1} = \sum_{i=0}^N w_i x_i^1 f(x_i) \quad (4)$$

เมื่อ  $j = n$

$$a_0 \sum_{i=0}^N w_i x_i^n + a_1 \sum_{i=0}^N w_i x_i^{n+1} + \dots + a_n \sum_{i=0}^N w_i x_i^{2n} = \sum_{i=0}^N w_i x_i^n f(x_i) \quad (5)$$

ซึ่ง เมตริก  $X$  และ  $f$  เมื่อนำหนักของข้อมูลมีค่าเท่ากันทั้งหมด ( $w_i = 1$ )

ดังนั้นสมการที่ (3) – (5) จัดรูป Matrix ได้ดังสมการที่ (6)

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^m x_{ki}^0 & \sum_{i=1}^m x_{ki}^1 & \sum_{i=1}^m x_{ki}^2 & \dots & \sum_{i=1}^m x_{ki}^n \\ \sum_{i=1}^m x_{ki}^1 & \sum_{i=1}^m x_{ki}^2 & \sum_{i=1}^m x_{ki}^3 & \dots & \sum_{i=1}^m x_{ki}^{n+1} \\ & & \vdots & & \\ \sum_{i=1}^m x_{ki}^n & \sum_{i=1}^m x_{ki}^{n+1} & \sum_{i=1}^m x_{ki}^{n+2} & \dots & \sum_{i=1}^m x_{ki}^{2n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^m x_{ki}^0 f(x_i) \\ \sum_{i=1}^m x_{ki}^1 f(x_i) \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^m x_{ki}^n f(x_i) \end{bmatrix} \quad (6)$$

และสามารถจัดอยู่ในรูป Matrix ได้ดังสมการที่ (7)

$$Xa = f \quad (7)$$

การประมาณค่า  $f(x)$  แสดงได้ดังสมการที่ (8)

$$f(x) = a_0 + a_1 x + \dots + a_n x^n \quad (8)$$

### 3.3 การประมาณค่าความหนาแน่นแบบเคอร์เนล

จากวิธีการประมาณความหนาแน่นแบบง่ายถ้าแทนฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก  $w\left(\frac{x-X_i}{h}\right)$  ด้วย ฟังก์ชันเคอร์เนล  $K$  ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไข ดังนี้  $\int_{-\infty}^{\infty} K(x) dx$  ซึ่งโดยทั่วไป  $K$  มักจะเป็นฟังก์ชันความหนาแน่นที่สมมาตร จะได้วิธีการประมาณค่าความหนาแน่นที่เรียกว่าวิธีการประมาณความหนาแน่นแบบเคอร์เนล (Kernel Density Function) ซึ่งนิยามดังนี้  $\hat{f}(x) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x-X_i}{h}\right)$  เมื่อ  $K$  เป็นฟังก์ชัน เคอร์เนล และ  $h$  เป็น window width (Wasserman, 2004)

ตัวอย่าง จากข้อมูล ดังนี้ 0.0, 0.8, 1.0, 1.2, 1.3, 1.3, 1.4, 1.8, 2.4 และ 4.6 ต้องการประมาณความหนาแน่นที่  $x = 4$  เมื่อกำหนด Kernel Function ให้เป็นการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน และกำหนดค่า window width เป็น

$2s/n^{1/5}$  โดยที่  $s$  คือส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวอย่าง ในที่นี้มีค่าเป็น 1.51 สามารถคำนวณค่า window width ได้ เป็น  $\frac{(2 \times 1.51)}{10^{1/5}} = 1.9$  และคำนวณค่าของ  $K\left(\frac{x-x_i}{h}\right)$  ที่  $x = 4$  ได้ดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ค่าของ  $K\left(\frac{x-x_i}{h}\right)$  ของค่าสังเกต  $x_i$  ต่างๆ ที่  $x = 4$  เมื่อ  $K(\cdot)$  คือ Gaussian kernel

ค่าสังเกต( $x_i$ )	$\left(\frac{x-x_i}{h}\right)$	$K\left(\frac{x-x_i}{h}\right)$
0.0	2.10526	0.043500
0.8	1.68421	0.096596
1.0	1.57895	0.114695
1.2	1.47368	0.134686
1.3	1.42105	0.145347
1.3	1.42105	0.145347
1.4	1.36842	0.156417
1.8	1.15789	0.204069
2.4	0.84211	0.279848
4.6	-0.31579	0.379538
<b>รวม</b>		<b>1.70004</b>

### 3.4 การคำนวณหาค่าประมาณเปอร์เซ็นต์ความแตกต่างของสมการกำลังสอง(Percent Root-Mean-Square Difference : PRD)

โดยทั่วไปกระบวนการจัดเก็บข้อมูลและการใช้คอมพิวเตอร์คำนวณข้อมูลทางการแพทย์ที่ได้มานั้นมีจำนวนมาก หากที่จะจัดเก็บและส่งต่อข้อมูล ดังนั้นจึงต้องหาวิธีการที่จะลดเนื้อที่ในการจัดเก็บข้อมูล ในขณะที่ต้องคงฐานข้อมูลที่สำคัญทางการแพทย์ไว้เพื่อการนำมาสร้างขึ้นมาใหม่ ในการนำมาประยุกต์ใช้นั้นกระบวนการของการลดพื้นที่และสร้างขึ้นมาใหม่นั้นต้องการ การแสดงตามฐานเวลาจริง (Real-time performance)

วิธีการลดข้อมูลต้องการหาตัวเลขของจำนวนจัดเก็บบิตที่น้อยที่สุด โดยการลดจำนวนตัวเลขที่ซ้ำกันที่แสดงอยู่ในฐานข้อมูลเดิม ทั้งนี้การรวบรวมทำได้โดยเปรียบเทียบสัดส่วนโดยการหารจำนวนของบิตกับจำนวนของตัวเลขในฐานเดิม ซึ่งนำมาจากตัวเองที่เก็บย่อไว้ โดยทั่วไปแล้วต้องการอัตราส่วนการลดข้อมูลที่สูง วิธีการลดข้อมูลยังต้องการการแสดงข้อมูลที่เป็นที่เชื่อถือได้แต่ต้องระวังการใช้ตัวแปร โดยต้องใช้ฐานข้อมูลเดียวกันในการ

เปรียบเทียบระหว่างกระบวนการลดข้อมูล ตัวประกอบเช่น แบนด์วิด ความถี่สุ่ม และความถูกต้องแม่นยำของข้อมูลเดิมจะมีผลกระทบต่ออัตราส่วนการลดข้อมูลด้วย

อัลกอริทึมที่ใส่ลดข้อมูลจะต้องแสดงข้อมูลที่นำเชื่อถือได้ ในการลดข้อมูลทางการแพทย์โดยปกติแล้วจะตัดสินใจยอมรับโดยการตรวจสอบอย่างละเอียดด้วยตา ซึ่งเราจะต้องวัดส่วนที่เหลือด้วย ซึ่งเป็นความแตกต่างระหว่างข้อมูลที่ถูกสร้างขึ้นใหม่กับข้อมูลเดิม จำนวนที่ตัวเลขที่แสดงออกมาเพื่อการวัดนี้คือค่าประมาณเปอร์เซ็นต์ความแตกต่างของสมการกำลังสอง (PRD) แสดงได้ดังสมการที่ (9)

$$PRD = \left\{ \frac{\sum_{i=1}^n [x_{org}(i) - x_{rec}(i)]^2}{\sum_{i=1}^n [x_{org}(i)]^2} \right\}^{\frac{1}{2}} \times 100\% \quad (9)$$

เมื่อ  $n$  คือขนาดของข้อมูล  
 $x_{org}$  คือข้อมูลเดิม  
 $x_{rec}$  คือข้อมูลที่สร้างขึ้นใหม่

3.5 การคำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อนร้อยละสมบูรณ์เฉลี่ย (Mean absolute percentage error : MAPE) แสดงได้ดังสมการที่ (10)

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{A_i - F_i}{A_i} \right| \times 100\% \quad (10)$$

เมื่อ  $n$  คือขนาดของข้อมูล  
 $A_i$  คือ ข้อมูลเดิม  
 $F_i$  คือ ข้อมูลที่สร้างขึ้นใหม่

เนื่องจากค่าความผิดพลาดเป็นค่าเฉลี่ยความของความแตกต่าง ระหว่างตัวเลขจริงกับตัวเลขที่ได้จากการคาดการณ์ โดยไม่มีการยกกำลัง และไม่ได้ใส่ค่าสมบูรณ์ จึงเป็นไปได้ที่ค่าความแตกต่างที่เป็นบวกและลบ และหักลบกันไปจนทำให้ค่าความผิดพลาดเป็น จึงไม่ใช่เกณฑ์ที่ดีนัก ในการวัดความคลาดเคลื่อนของการคาดการณ์แต่ละค่า แต่เป็นประโยชน์ในแง่ของการมองภาพรวม ว่ามีการคลาดเคลื่อนอย่างเป็นระบบ เช่นคาดการณ์สูงเกินไปทั้งหมด หรือต่ำเกินไปทั้งหมดหรือไม่ ค่า Mean error ที่เป็นศูนย์จะช่วยให้ทราบว่าผลของการคาดการณ์ ไม่มีความคลาดเคลื่อนในลักษณะดังกล่าว แม้ว่าเราจะยังไม่ทราบชัดว่าความคลาดเคลื่อนของการคาดการณ์ในแต่ละค่าจะมากหรือน้อยเพียงใด

#### 4. ขอบเขตการวิจัย

4.1 ศึกษาสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจแบบผิดปกติ จำนวน 3 รูปแบบ คือ

- Spontaneous Termination of Atrial Fibrillation (AF)
- The Apnea-ECG Database (APNEA)
- Challenge 2010 Training Set A - ECG I (AEI)

4.2 เปรียบเทียบประสิทธิภาพของ Kernel Function จำนวน 6 รูปแบบคือ Epanechnikov, Quartic, Triweight, Triangular, Gaussian และ Cosin

4.3 หาสัมประสิทธิ์ของสมการคลื่นไฟฟ้าหัวใจด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบไม่ต่อเนื่อง จากการปรับข้อมูลด้วยฟังก์ชันเคอร์เนล

4.4 ค่าความผิดพลาดของสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจที่สร้างขึ้นใหม่เปรียบเทียบกับสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจต้นฉบับ โดยแสดงเป็นค่าประมาณเปอร์เซ็นต์ความแตกต่างของสมการกำลังสอง (PRD) และค่าความคลาดเคลื่อนร้อยละสมบูรณ์เฉลี่ย (MAPE) โดยแสดงกราฟเปรียบเทียบระหว่างสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจต้นฉบับ กับสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจที่สร้างขึ้นใหม่โดยฟังก์ชันเคอร์เนล

4.5 โปรแกรมที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ทั้งหมดเขียนด้วยโปรแกรม MATLAB

#### 5. วิธีการดำเนินงานวิจัย

5.1 ศึกษาสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจแบบผิดปกติจำนวน 3 รูปแบบ คือ

- Spontaneous Termination of Atrial Fibrillation
- The Apnea-ECG Database
- Challenge 2010 Test Set A - ECG I

5.2 ปรับข้อมูลด้วยฟังก์ชันเคอร์เนลที่เหมาะสมด้วยรูปแบบของสมการ ดังนี้

- Epanechnikov โดยมีรูปแบบของสมการดังนี้

$$K(u) = \frac{3}{4} (1 - u^2) 1_{(|u| \leq 1)} \quad (11)$$

โดย K คือ Kernel Function

u คือ ค่าข้อมูลของสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจ

- Quartic โดยมีรูปแบบของสมการดังนี้

$$K(u) = \frac{15}{16} (1 - u^2)^2 1_{(|u| \leq 1)} \quad (12)$$



- Triweight โดยมีรูปแบบของสมการดังนี้

$$K(u) = \frac{35}{32} (1-u^2)^3 I_{(|u| \leq 1)} \quad (13)$$

- Triangular โดยมีรูปแบบของสมการดังนี้

$$K(u) = (1-|u|) I_{(|u| \leq 1)} \quad (14)$$

- Gaussian โดยมีรูปแบบของสมการดังนี้

$$K(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2} I_{(|u| \leq 1)} \quad (15)$$

- Cosin โดยมีรูปแบบของสมการดังนี้

$$K(u) = \frac{\pi}{4} \cos\left(\frac{\pi}{2} u\right) I_{(|u| \leq 1)} \quad (16)$$

- 5.3 นำค่าพารามิเตอร์มาคำนวณด้วยเทคนิคกำลังสองน้อยที่สุดแบบไม่ต่อเนื่อง ในรูปแบบสมการโพลิโนเมียล โดยมีรูปแบบของสมการ ดังนี้

$$p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n \quad (17)$$

- 5.4 คำนวณประมาณเปอร์เซ็นต์ความแตกต่างของสมการกำลังสอง (PRD) จากสมการที่ (9)

- 5.5 คำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อนร้อยละสมบูรณ์เฉลี่ย (MAPE) จากสมการที่ (10)

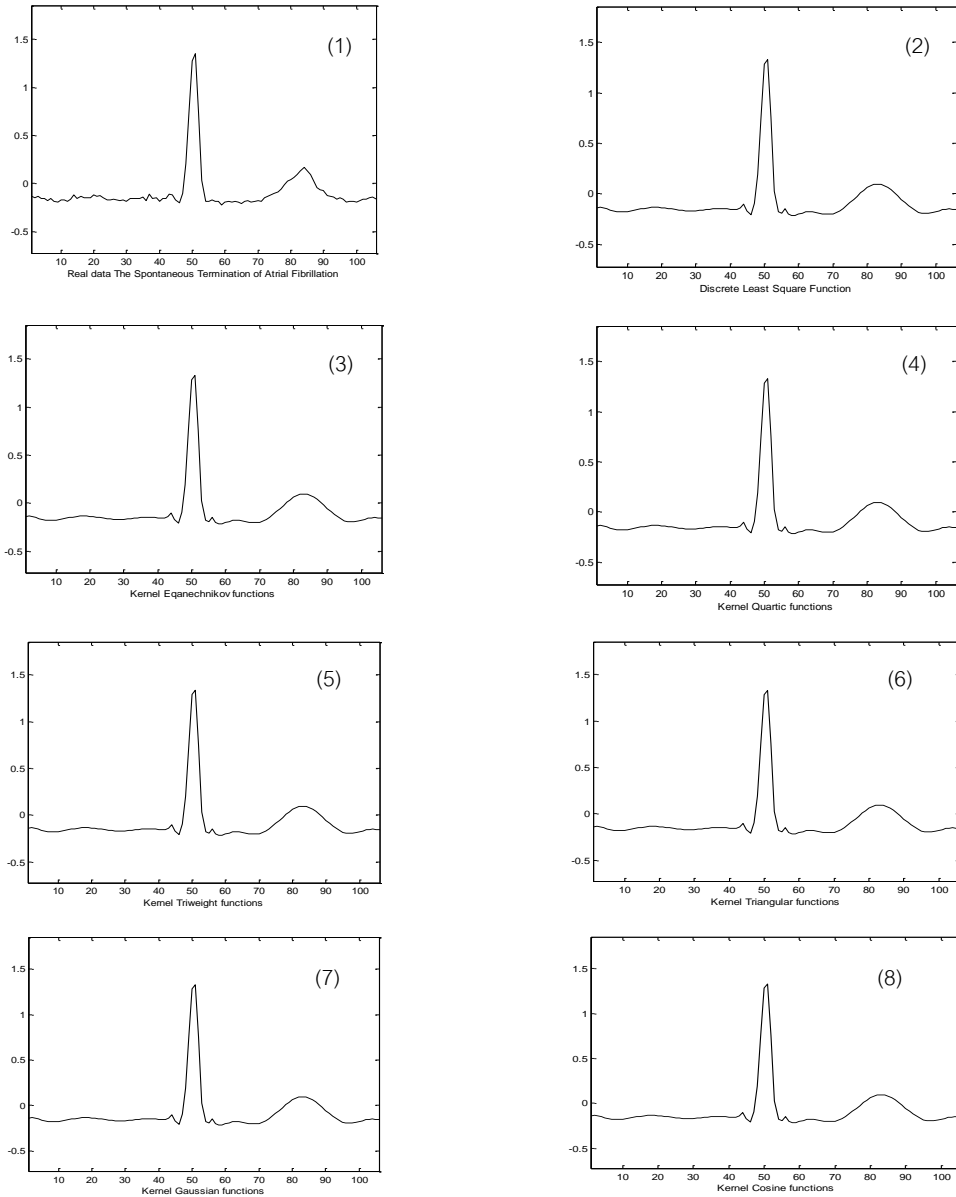
- 5.6 เปรียบเทียบค่าความผิดพลาดของสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจที่สร้างขึ้นมาจากสมการทั้ง 3 สมการ

- 5.7 เปรียบเทียบค่าความผิดพลาดของสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจที่สร้างขึ้นมาใหม่กับสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจต้นฉบับ

- 5.8 สรุปผลการวิจัย

## 6. ผลการศึกษา

ข้อมูลที่ได้จากการสุ่มสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจต้นฉบับ เมื่อนำมาปรับข้อมูลด้วยฟังก์ชันเคอร์เนล และจำลองให้อยู่ในรูปแบบสมการทางคณิตศาสตร์โดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบไม่ต่อเนื่อง ตามวิธีการดำเนินงาน ผลการวิจัยสามารถสรุปได้ว่าควรใช้ฟังก์ชันเคอร์เนลรูปแบบใดเพื่อทำให้ค่า PRD และ MAPE มีค่าน้อยเมื่อเปรียบเทียบกับข้อมูลจริงดังรูปที่ 1 ถึง 3 และตารางที่ 2 ถึง 4 ต่อไปนี้

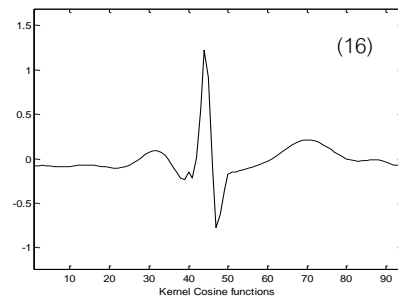
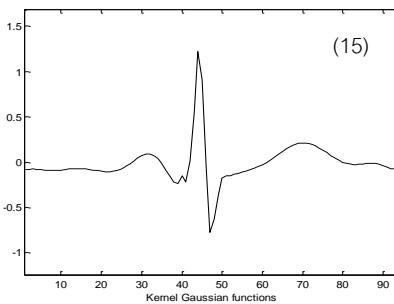
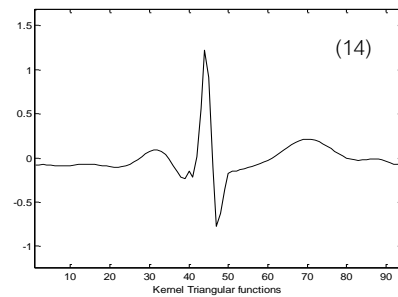
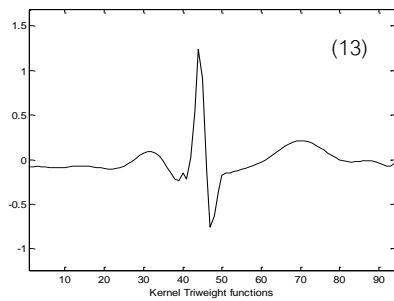
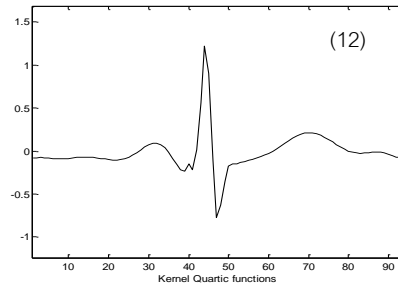
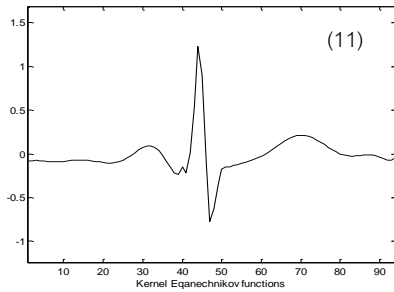
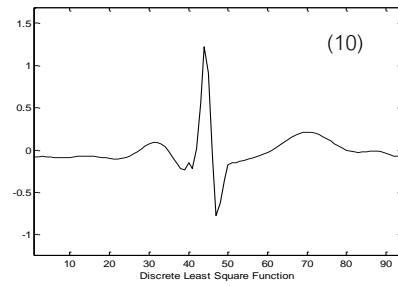
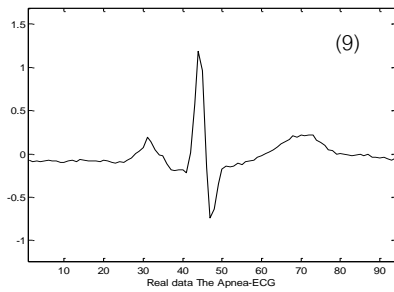


รูปที่ 1 แสดงการเปรียบเทียบ (1) สัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจ AF แบบต้นฉบับ กับ คลื่นไฟฟ้าหัวใจ AF ที่แปลงข้อมูลด้วย (2) สมการกำลังสองน้อยที่สุดแบบไม่ต่อเนื่อง และ ฟังก์ชันเคอร์เนลต่าง ๆ ดังนี้ (3) สมการ Kernel Epanechnikov Function (4) สมการ Kernel Quartic Function (5) สมการ Kernel Triweight Function (6) สมการ Kernel Triangular Function (7) สมการ Kernel Gaussian Function (8) สมการ Kernel Cosine Function

ตารางที่ 2 แสดงการเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดของสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจระหว่างรูปแบบ Kernel Function ของคลื่นไฟฟ้าหัวใจกรณี Atrial Fibrillation และค่า PRD, MAPE

Spontaneous Termination of Atrial Fibrillation (AF)		
Kernal Function	ค่า PRD (%)	ค่า MAPE
Discrete LS	7.5519	$5.3804 \times 10^{-5}$
Epanechnikov	7.5596	$5.3606 \times 10^{-5}$
Quartic	7.5669	$5.3771 \times 10^{-5}$
Triweight	7.4951	$5.2432 \times 10^{-5}$
Triangular	7.5581	$5.3753 \times 10^{-5}$
Gaussian	7.5551	$5.3802 \times 10^{-5}$
Cosine	7.5609	$5.3792 \times 10^{-5}$

จากการปรับข้อมูลด้วย Kernel Function แต่ละชนิดพบว่ากราฟของสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจ Spontaneous Termination of Atrial Fibrillation ในช่วงที่มีการเปลี่ยนแปลงขนาดและเวลาที่รวดเร็วที่ปรับด้วย Kernel Triweight Function (รูปที่ 1 - 5) ให้ค่า PRD เท่ากับ 7.4951 และ MAPE เท่ากับ  $5.2432 \times 10^{-5}$  ซึ่งน้อยที่สุด อีกทั้งกราฟความผิดพลาดของสัญญาณน้อยกว่าสัญญาณที่ปรับด้วยฟังก์ชันเคอร์เนลอื่นๆ เมื่อเปรียบเทียบกับสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจต้นฉบับ

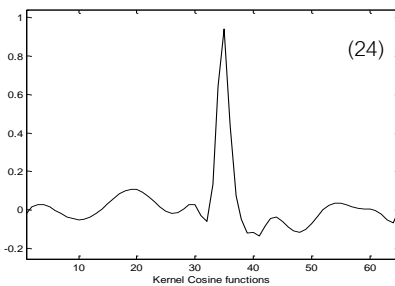
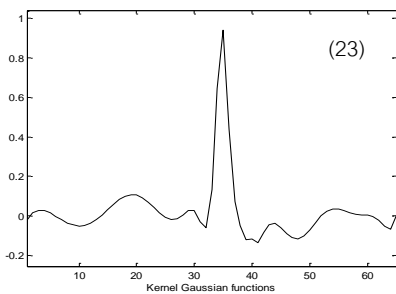
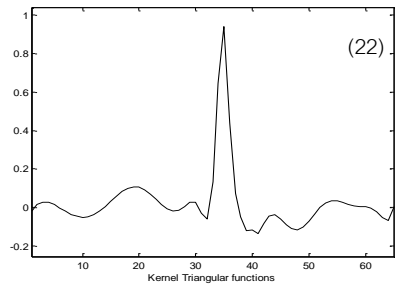
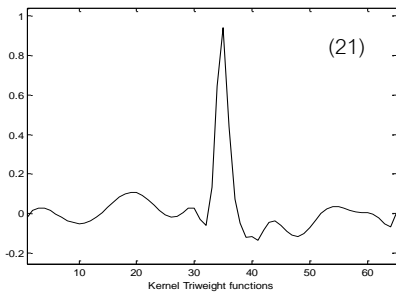
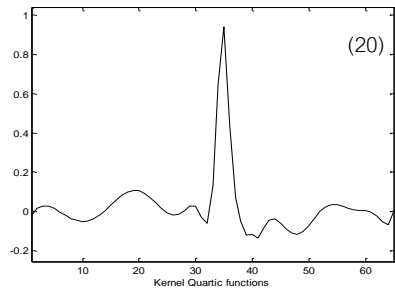
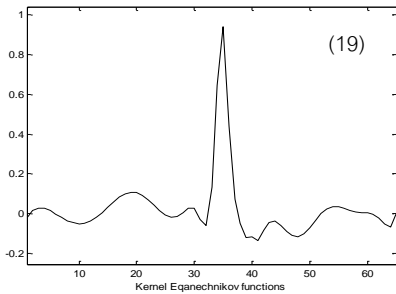
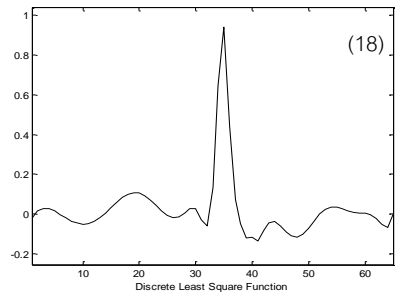
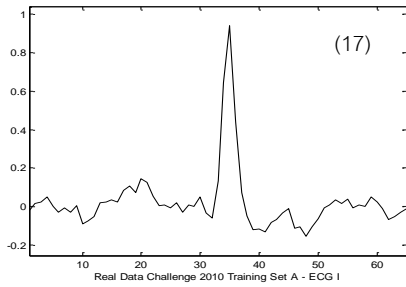


รูปที่ 2 แสดงการเปรียบเทียบ (9) สัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจ APNEA แบบต้นฉบับ กับ คลื่นไฟฟ้าหัวใจ APNEA ที่แปลงข้อมูลด้วย (10) สมการกำลังสองน้อยที่สุดแบบไม่ต่อเนื่อง และ ฟังก์ชันเคอร์เนลต่าง ๆ ดังนี้ (11) สมการ Kernel Epanechnikov Function (12) สมการ Kernel Quartic Function (13) สมการ Kernel Triweight Function (14) สมการ Kernel Triangular Function (15) สมการ Kernel Gaussian Function (16) สมการ Kernel Cosine Function

ตารางที่ 3 แสดงการเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดของสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจระหว่างรูปแบบ Kernel Function ของคลื่นไฟฟ้าหัวใจกรณี The Apnea-ECG Database และค่า PRD, MAPE

The Apnea-ECG Database (APNEA)		
Kernal Function	ค่า PRD (%)	ค่า MAPE
Discrete LS	9.5387	$9.6795 \times 10^{-5}$
Epanechnikov	9.5669	$9.5951 \times 10^{-5}$
Quartic	9.5777	$9.6587 \times 10^{-5}$
Triweight	9.5032	$9.0077 \times 10^{-5}$
Triangular	9.5578	$9.6582 \times 10^{-5}$
Gaussian	9.5469	$9.6784 \times 10^{-5}$
Cosine	9.5628	$9.6719 \times 10^{-5}$

จากการปรับข้อมูลด้วย Kernel Function แต่ละชนิดพบว่ากราฟของสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจ The APNEA-ECG ในช่วงที่มีการเปลี่ยนแปลงขนาดและเวลาที่รวดเร็วที่ปรับด้วย Kernel Triweight Function (รูปที่ 2 -13) ให้ค่า PRD เท่ากับ 9.5032 และ MAPE เท่ากับ  $9.0077 \times 10^{-5}$  ซึ่งน้อยที่สุด อีกทั้งกราฟความผิดพลาดของสัญญาณน้อยกว่าสัญญาณที่ปรับด้วยฟังก์ชันเคอร์เนลอื่นๆ เมื่อเปรียบเทียบกับสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจต้นฉบับ



รูปที่ 3 แสดงการเปรียบเทียบ (17) สัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจ AEI แบบต้นฉบับ กับ คลื่นไฟฟ้าหัวใจ AEI ที่แปลงข้อมูลด้วย (18) สมการกำลังสองน้อยที่สุดแบบไม่ต่อเนื่อง และ ฟังก์ชันเคอร์เนลต่าง ๆ ดังนี้ (19) สมการ Kernel Epanechnikov Function (20) สมการ Kernel Quartic Function (21) สมการ Kernel Triweight Function (22) สมการ Kernel Triangular Function (23) สมการ Kernel Gaussian Function (24) สมการ Kernel Cosine Function

ตารางที่ 4 แสดงการเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดของสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจระหว่างรูปแบบ Kernel Function ของคลื่นไฟฟ้าหัวใจกรณี Challenge 2010 Training Set A - ECG I และค่า PRD, MAPE

Challenge 2010 Training Set A - ECG I (AED)		
Kernal Function	ค่า PRD (%)	ค่า MAPE
Discrete LS	14.3181	$3.2032 \times 10^{-4}$
Epanechnikov	14.1911	$3.1802 \times 10^{-4}$
Quartic	14.2839	$3.1975 \times 10^{-4}$
Triweight	13.9038	$3.0094 \times 10^{-4}$
Triangular	14.2558	$3.1974 \times 10^{-4}$
Gaussian	14.3089	$3.2029 \times 10^{-4}$
Cosine	14.2971	$3.2011 \times 10^{-4}$

จากการปรับข้อมูลด้วย Kernel Function แต่ละชนิดพบว่ากราฟของสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจ Atrial Fibrillation ในช่วงที่มีการเปลี่ยนแปลงขนาดและเวลาที่รวดเร็วที่ปรับด้วย Kernel Triweight Function (รูปที่ 3 - 21) ให้ค่า PRD เท่ากับ 13.9038 และ MAPE เท่ากับ  $3.0094 \times 10^{-4}$  ซึ่งน้อยที่สุด อีกทั้งกราฟความผิดพลาดของสัญญาณน้อยกว่าสัญญาณที่ปรับด้วยฟังก์ชันเคอร์เนลอื่นๆ เมื่อเปรียบเทียบกับสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจต้นฉบับ

## 7. สรุปผลการวิจัย

ข้อมูลที่ได้จากสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจต้นฉบับ เมื่อนำมาปรับข้อมูลด้วยฟังก์ชันเคอร์เนล และจำลองให้อยู่ในรูปแบบสมการทางคณิตศาสตร์โดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบไม่ต่อเนื่อง ตามวิธีที่ได้กล่าวมาแล้วในหัวข้อที่ 5 ผลการวิจัยสามารถสรุปได้ว่าควรใช้ฟังก์ชันเคอร์เนลรูปแบบใดเพื่อทำให้ค่า PRD และ MAPE มีค่าน้อยเมื่อเปรียบเทียบกับข้อมูลจริงดังตารางที่ 5 ต่อไปนี้

ตารางที่ 5 แสดงสรุปผลการวิจัยที่ได้จากการวิจัย

สัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจ	รูปแบบ Kernel Function ที่เหมาะสม
Spontaneous Termination of Atrial Fibrillation	Triweight
The Apnea-ECG Database	Triweight
Challenge 2010 Test Set A - ECG I	Triweight

จากตารางที่ 5 แสดงสรุปผลการวิจัยที่ได้จากการวิจัย สรุปผลการวิจัยการสร้างตัวแบบคลื่นไฟฟ้าหัวใจ โดยใช้คณิตศาสตร์แบบไม่ต่อเนื่องด้วยฟังก์ชันเคอร์เนล ได้ว่ากราฟของสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจที่นำมาศึกษาแต่ ละชนิดนั้น ในช่วงที่มีการเปลี่ยนแปลงขนาดและเวลาที่รวดเร็วกว่าที่ปรับด้วย Kernel Triweight Function มีกราฟความ ผิดเพี้ยนของสัญญาณน้อยกว่าสัญญาณที่ปรับด้วยฟังก์ชันเคอร์เนลอื่นๆ เมื่อเปรียบเทียบกับสัญญาณคลื่น ไฟฟ้าหัวใจต้นฉบับ

การสร้างคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้คณิตศาสตร์แบบไม่ต่อเนื่องด้วยฟังก์ชันเคอร์เนลนั้น สัญญาณคลื่นไฟฟ้า หัวใจที่ปรับข้อมูลด้วยฟังก์ชันเคอร์เนลที่เหมาะสม สามารถแสดงในรูปแบบสมการพหุนามเพื่อมาสร้างสัญญาณ คลื่นไฟฟ้าหัวใจได้ดังนี้

**P wave :**

$$\text{สมการที่ 1 : } y = a_0 + a_1 * i^1 + a_2 * i^2 + a_3 * i^3 + a_4 * i^4 + a_5 * i^5 + a_6 * i^6 + a_7 * i^7 + a_8 * i^8$$

**QRS complex :**

$$\text{สมการที่ 2 : } y = a_9 + a_{10} * i^1 + a_{11} * i^2 + a_{12} * i^3 + a_{13} * i^4 + a_{14} * i^5 + a_{15} * i^6 + a_{16} * i^7 + a_{17} * i^8$$

**T wave :**

$$\text{สมการที่ 3 : } y = a_{18} + a_{19} * i^1 + a_{20} * i^2 + a_{21} * i^3 + a_{22} * i^4 + a_{23} * i^5 + a_{24} * i^6 + a_{25} * i^7 + a_{26} * i^8$$

**เอกสารอ้างอิง**

ชมพูนุช อ่องจรีต, (2543) คลื่นไฟฟ้าหัวใจทางคลินิก, พิมพ์ครั้งที่ 6, ด้านสุทธาการพิมพ์, กรุงเทพฯ, 290 หน้า.

ยงยุทธ สหัสกุล, (2546) ECG ทางคลินิก, พิมพ์ครั้งที่ 2, งานตำราวารสารและสิ่งพิมพ์สถานเทคโนโลยีการศึกษา แพทยศาสตร์ คณะแพทยศาสตร์ศิริราชพยาบาล มหาวิทยาลัยมหิดล, กรุงเทพฯ, 104 หน้า.

Sadighi I. and Kejariwal M., (1989) "A generalized ECG simulator: an educational tool", pp. 1963-1964, In: IEEE Engineering in Medicine and Biology Society 11th Annual International Conference, 9-12 November 1989, Seattle, WA.

Wasserman L., (2004) All of Statistics: A Concise Course in Statistical Inference, Springer-Verlag, New York, 442 P.