บทความวิจัย

การพัฒนาช่วงความเชื่อมั่นผลต่างค่ามัธยฐานของประชากรสองกลุ่ม สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบต่างๆ ด้วยวิธี Price Bonett Bootstrap-t

อนุรักษ์ ทองขาว*
ภาควิชาศึกษาทั่วไป คณะอุตสาหกรรมบริการ วิทยาลัยดุสิตธานี พัทยา

* ผู้นิพนธ์ประสานงาน โทรศัพท์ 08 3598 0543 อีเมล: anurak.to@dtc.ac.th DOI: 10.14416/j.kmutnb.2018.10.002
รับเมื่อ 17 พฤศจิกายน 2560 แก้ไขเมื่อ 8 มีนาคม 2561 ตอบรับเมื่อ 22 มีนาคม 2561 เผยแพร่ออนไลน์ 1 ตุลาคม 2561

บทคัดย่อ

การศึกษานี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างค่ามัธยฐานของประชากรสองกลุ่มเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบต่างๆ และเปรียบเทียบประสิทธิภาพของช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างค่ามัธยฐานวิธี Price Bonett Boostrap-t ซึ่งเป็นวิธีที่พัฒนาขึ้นในการศึกษานี้กับวิธีอื่นๆ โดยการจำลองข้อมูลด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล ทำซ้ำ 5,000 ครั้ง ในกรณีคำนวณช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างค่ามัธยฐานที่ใช้วิธีบูตสแตรป จำนวนรอบของการสุ่มด้วยวิธีบูตสแตรป คือ 5,000 ครั้ง ซึ่งจำลองข้อมูลจากประชากรที่มีการแจกแจงของข้อมูลและขนาดของตัวอย่างแบบต่างๆ โดยใช้โปรแกรม R ผลการศึกษาพบว่า ช่วงความเชื่อมั่นผลต่างค่ามัธยฐานวิธี Price Bonett Bootstrap-t มีประสิทธิภาพที่ดีกว่าวิธี Price Bonett และ Percentile Bootstrap ทั้งหมด 17 สถานการณ์ที่ศึกษาจาก 24 สถานการณ์ที่ศึกษา

คำสำคัญ: ความน่าจะเป็นครอบคลุม, ความยาวเฉลี่ย, ค่ามัธยฐาน, บูตสแตรป

การอ้างอิงบทความ: อนุรักษ์ ทองขาว, "การพัฒนาช่วงความเชื่อมั่นผลต่างค่ามัธยฐานของประชากรสองกลุ่ม สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบต่างๆ ด้วยวิธี Price Bonett Bootstrap-t," *วารสารวิชาการพระจอมเกล้าพระนครเหนือ*, ปีที่ 29, ฉบับที่ 1, หน้า 124–134, ม.ค.–มี.ค. 2562.

Research Article

The Development of Confidence Interval of Different Median for Two Population with Free-distributions by Price Bonett Bootstrap-t Method

Anurak Tongkaw*
Department of General Education, Faculty of Hospitality Industry, Dusit Thani College Pattaya, Chon Buri, Thailand

* Corresponding Author, Tel. 08 3598 0543, E–mail: anurak.to@dtc.ac.th DOI: 10.14416/j.kmutnb.2018.10.002
Received 17 November 2017; Revised 8 March 2018; Accepted 22 March 2018; Published online: 1 October 2018

Abstract

The purposes of this study were to develop a confidence interval of different medians for two populations using Free-distributions by Price Bonett Boostrap-t method and to compare the performance of the proposed procedure with other existing methods. The Monte Carlo Simulation Technique was performed 5,000 times repeatedly when calculating median confidence intervals using the bootstrap technique. The rounds of random sampling with the bootstrap method were 5,000 times. The simulation involved both data from the population with free-distributions and the size of each sample by using the R program. The results indicated that the Price Bonett Boostrap-t method performance was better than the Price Bonett method and Percentile Bootstrap method, considering 17 from the total 24 situations of this study.

Keywords: Coverage Probability, Average Length, Median, Bootstrap

Please cite this article as: A. Tongkaw, "The development of confidence interval of different median for two population with free-distributions by Price Bonett Bootstrap-t method," *The Journal of KMUTNB*, vol. 29, no. 1, pp. 124–134, Jan.–Mar. 2019 (in Thai).

1. บทนำ

ในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อทราบลักษณะต่างๆ ของประชากรที่สนใจศึกษาของทุกๆ สาขาวิชาจำเป็นต้องใช้ค่ากลางของข้อมูลในการวิเคราะห์ โดยค่ากลางของข้อมูลที่มักนิยมใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลส่วนใหญ่แล้วจะเป็นค่าเฉลี่ย ไม่ว่าจะเป็นค่าเฉลี่ยของประชากร 1 กลุ่ม หรือผลต่างของค่าเฉลี่ยประชากร 2 กลุ่ม แต่ค่าเฉลี่ยนั้นจะมีประสิทธิภาพที่ดีก็ต่อเมื่อข้อมูลนั้นมีการแจกแจงปกติ เมื่อข้อมูลไม่มีการแจกแจงปกติค่าเฉลี่ยนั้นไม่ใช้ตัวแทนค่ากลางที่มีประสิทธิภาพโดยอาจใช้เป็นค่ามัธยฐาน หรือค่าฐานนิยมที่เป็นตัวแทน ค่ากลางที่มีประสิทธิภาพดีกว่าค่าเฉลี่ย ในปัจจุบันข้อมูลต่างๆ ในโลก มีทั้งข้อมูลที่มีการแจกแจกปกติและข้อมูลที่ไม่มีการแจกแจงปกติ การที่ข้อมูลที่สนใจศึกษานั้นไม่มีการแจกแจงปกตินั้นมักจะเกิดกับข้อมูลที่ขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็กๆ เช่น Naksawat *et al.* [1] ใช้ค่ามัธยฐานในการพิจารณาฉันทามติของผู้เชี่ยวชาญจำนวน 20 คน เพื่อพัฒนาเกณฑ์การประเมินทุนมนุษย์สำหรับภาคอุตสาหกรรม จากตัวอย่างดังกล่าวจะเห็นได้ว่าข้อมูลที่ได้มีขนาดตัวอย่างเล็ก ดังนั้นข้อมูลอาจไม่มีการแจกแจงปกติ การใช้ค่ามัธยฐานในการวิเคราะห์จะมีประสิทธิภาพมากกว่า

Vanichbuncha [2] กล่าวว่าค่ามัธยฐานเป็นค่าที่แสดงข้อมูลที่อยู่ตรงกลางของข้อมูล ทั้งชนิดข้องมูลเชิงปริมาณและข้อมูลเชิงคุณภาพ หรือสเกลอันดับ (Ordinal Scale) โดยการศึกษานี้สนใจศึกษากรณีของการประมาณค่าผลต่างค่ามัธยฐานของประชากร 2 กลุ่ม ซึ่งกรณีดังกล่าวมีความสำคัญต่อการวิเคราะห์ข้อมูลของทุกๆ สาขาวิชา เช่น สาขาวิทยาศาสตร์ต้องการประมาณความแตกต่างของระยะเวลาของการหายจากโรคของหนูทดลอง 2 กลุ่ม โดยกลุ่มแรกให้ยาชนิด A กับหนูทดลองจำนวน 10 ตัว และกลุ่มที่ 2 ให้ยาชนิด B กับหนูทดลองจำนวน 10 ตัว โดยเมื่อเก็บข้อมูลมาแล้วปรากฏว่าระยะเวลาของการหายจากโรคของหนูทดลองกลุ่ม A และ B มีการแจกแจงเบ้ขวา หรือการวิเคราะห์ผลการทดลองการพัฒนาขีดความสามารถในความจำขณะทำงาน (Working Memory) ของทหาร 2 กลุ่ม โดยเป็นกลุ่มทดลองที่ได้รับวิธีการบำบัดเพื่อพัฒนาขีดความสามารถเกี่ยวกับความจำขณะทำงานจำนวน 20 คน และกลุ่มควบคุม (Control Group) จำนวน 20 คน โดยคะแนนความจำระยะสั้นของทั้งสองกลุ่มไม่มีการแจกแจงปกติเป็นต้น จากกรณีตัวอย่างดังกล่าวจะเห็นได้ว่าข้อมูลที่ได้นั้นไม่เหมาะสมที่จะใช้ค่าเฉลี่ยในการวิเคราะห์ ดังนั้นทางเลือกหนึ่งที่น่าสนใจในการวิเคราะห์ข้อมูล คือ การประมาณค่าผลต่างค่ามัธยฐานของประชากร 2 กลุ่ม การประมาณค่าพารามิเตอร์นั้นมี 2 ประเภท คือ การประมาณค่าพารามิเตอร์แบบจุดซึ่งเป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์เพียงค่าเดียว และการประมาณค่าแบบช่วงซึ่งเป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ด้วยค่า 2 ค่าแบบช่วง โดยการประมาณค่าแบบช่วง ปัจจุบันมีความนิยมมากๆ เนื่องจากว่าสามารถบ่งบอกความน่าจะเป็นของความผิดพลาดในการประมาณค่าพารามิเตอร์ได้ หรือบ่งบอกระดับความเชื่อมั่นในการประมาณค่าได้ซึ่ง เรียกว่าระดับความเชื่อมั่น ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาการประมาณค่าผลต่างค่ามัธยฐานของประชากร 2 กลุ่มแบบช่วงสำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบต่างๆ ได้แก่ ข้อมูลที่มีการแจกแจงปกติ และข้อมูลที่ไม่มีการแจกแจงปกติ Price and Bonett [3] ได้เสนอการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับผลต่างของค่ามัธยฐานประชากร 2 กลุ่ม แบบไม่จำกัดการแจกแจง ซึ่งวิธีดังกล่าวนั้นยังให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุม (Coverage Probability) มีประสิทธิภาพไม่ดี โดยมีหลายกรณีที่ความน่าจะเป็นครอบคลุมมีค่าไม่เข้าใกล้ระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะพัฒนา ช่วงความเชื่อมันของผลต่างค่ามัธยฐานให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น ในปี ค.ศ. 1994 Efron and Tibshirani ได้เสนอวิธีบูตสแตรปที (Boostrap-t) ซึ่งเป็นการประมาณการแจกแจงของตัวประมาณค่าพารามิเตอร์แบบจุดเมื่อไม่ทราบการแจกแจงของตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ [4] และนอกจากนั้น Efron and Tibshirani ยังได้เสนอการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วงที่เรียกว่า บูตสแตรปเปอร์เซ็นไทล์ (Percentile-Bootstrap) โดยเป็นการประมาณค่าแบบช่วงด้วยวิธีการทางสถิติไม่อิงพารามิเตอร์ (Nonparametric Statistics) ซึ่งไม่มีข้อจำกัดเกี่ยวกับลักษณะการแจกแจงของประชากร [4] ใน ค.ศ. 2015 Aiemsuwan [5] ได้ใช้วิธีบูตสแตรปเปอร์เซ็นไทล์ในการ

ประมาณค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันควอไทล์และพบว่าวิธีดังกล่าวมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีอื่นๆ ที่ศึกษาในหลายๆ กรณีที่ศึกษาและใน ค.ศ. 2017 Tongkaw [6] ได้เสนอวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับความแปรปรวนแบบประชากรเดียวโดยใช้วิธีบูตสแตรปทีร่วมกับวิธีของโบเน็ตพบว่าวิธีที่พัฒนาขึ้นโดยใช้หลักการบูตสแตรปทีนั้นมีประสิทธิภาพที่ดีกว่าวิธีอื่นๆ ในหลายๆ กรณีที่ศึกษา และ Tongkaw [7] ได้เสนอวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับความแปรปรวนแบบประชากรเดียวโดยใช้วิธีบูตสแตรปทีร่วมกับวิธีของฮัมเมล พบว่าช่วงความเชื่อมั่นที่พัฒนาขึ้นโดยใช้หลักการของบูตสแตรปทีนั้นมีประสิทธิภาพที่ดีกว่าวิธีดั้งเดิมในหลายๆ กรณี รวมทั้ง Tongkaw and Pongsakchat [8] ได้เสนอวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันควอร์ไทล์โดยใช้วิธีบูตสแตรปทีร่วมกับวิธีของโบเน็ต พบว่าช่วงความเชื่อมั่นที่เสนอนั้นมีประสิทธิภาพที่ดีกว่าวิธีอื่นๆ ในหลายๆ กรณีที่ศึกษาเช่นเดียวกัน

จากข้อมูลดังกล่าวจึงทำให้ผู้วิจัยสนใจพัฒนาช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างค่ามัธยฐานของประชากรสองกลุ่ม โดยใช้วิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับค่ามัธยฐานวิธีของ Price and Bonett [3] ร่วมกับวิธีบูตสแตรปที ซึ่งในการศึกษานี้เรียกว่า “Price Bonett Boostrap-t” โดยผู้วิจัยคาดว่าช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างค่ามัธยฐานของประชากรสองกลุ่มที่พัฒนาขึ้นนั้นจะมีประสิทธิภาพที่ดีกว่าอื่นๆ ในหลายๆ กรณีที่ศึกษา ผู้วิจัยหวังเป็นอย่างยิ่งว่าการศึกษานี้จะเป็นประโยชน์ต่อผู้ที่สนใจศึกษาและนำมาประยุกต์ใช้เพื่อก่อให้เกิดประโยชน์ในการวิเคราะห์ข้อมูลในทุกๆ สาขาวิชา เพื่อให้การวิเคราะห์ข้อมูลมีความถูกต้องและแม่นยำมากขึ้น ซึ่งเป็นสิ่งที่สำคัญสำหรับทุกๆ สาขาวิชาจนเป็นเหตุปัจจัยส่งผลให้ประเทศไทยมีการพัฒนาด้านนวัตกรรมทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี และทุกๆ ด้านต่อไป

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาช่วงความเชื่อมั่นของความของผลต่างค่ามัธยฐานของประชากรสองกลุ่มและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างค่ามัธยฐานของประชากรสองกลุ่มวิธี Price Bonett Boostrap-t กับวิธีอื่นๆ

2. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 ช่วงความเชื่อมั่นที่ของผลต่างค่ามัธยฐานด้วยวิธี Price Bonett

กำหนดให้ $x_1, x_1,.., x_m$ คือตัวอย่างสุ่มขนาด m จากประชากรกรกลุ่มที่ 1 และ $y_1, y_1,.., y_n$ คือตัวอย่างสุมขนาด n จากประชากกรกลุ่มที่ 2 โดยที่ $m \le n$ การสุ่มตัวอย่างจากทั้งสองกลุ่มประชากรต้องเป็นอิสระต่อกันและช่วงความเชื่อมั่นที่ $(1-\alpha)100\%$ ของผลต่างค่ามัธยฐานด้วยวิธี Price and Bonett [3] คือ

$$(\hat{\theta}_x - \hat{\theta}_y) \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\mathrm{var}(\hat{\theta}_x) + \mathrm{var}(\hat{\theta}_y)} \qquad (1)$$

โดยที่ $\mathrm{var}(\hat{\theta}_x) = \left(\dfrac{X_{(m-c_x+1)} - X_{(c_x)}}{2z_X}\right),$

$$\mathrm{var}(\hat{\theta}_y) = \left(\frac{X_{(n-c_y+1)} - X_{(c_y)}}{2z_y}\right)$$

$$C_x = \frac{(m+1)}{2} - \sqrt{m},\ C_y = \frac{(n+1)}{2} - \sqrt{n}$$

และ $P_x = \displaystyle\sum_{i=0}^{C_x-1}\binom{m}{i}(0.5)^{m-1};\quad i = 0,1,2,...,(C_x-1)$

$$P_y = \sum_{i=0}^{C_y-1}\binom{n}{i}(0.5)^{n-1};\quad i = 0,1,2,...,(C_y-1)$$

$$z_x = \phi^{-1}(1-\frac{P_x}{2}),\ z_y = \phi^{-1}(1-\frac{P_y}{2})$$

เมื่อ $\hat{\theta}_x$ คือ ค่าประมาณค่ามัธยฐานของประชากรกลุ่มที่ 1

$\hat{\theta}_y$ คือ ค่าประมาณค่ามัธยฐานของประชากรกลุ่มที่ 2

$\mathrm{var}(\hat{\theta}_x)$ คือ ค่าประมาณความแปรปรวนของค่ามัธยฐานกลุ่มตัวอย่างที่ 1

$\mathrm{var}(\hat{\theta}_y)$ คือ ค่าประมาณความแปรปรวนของค่ามัธยฐานกลุ่มตัวอย่างที่ 2

z_x, z_y คือ ค่าผกผันของการแจกแจงปกติมาตรฐานที่ทำให้ได้ความแปรปรวนของกลุ่มตัวอย่างที่ 1 และ 2 ตามลำดับ

C_x, C_y คือ ค่าคงที่ ที่ใช้ในการประมาณค่าความแปรปรวนของกลุ่มตัวอย่างที่ 1 และ 2 ตามลำดับ

โดยใช้การปัดขึ้นด้วยฟังก์ชัน Ceiling ในโปรแกรม R

P_x, P_y คือ ค่าความน่าจะเป็นที่ใช้ในการหาค่าผกผันของการแจกแจงปกติมาตรฐานที่ทำให้ได้ความแปรปรวนของกลุ่มตัวอย่างที่ 1 และ 2 ตามลำดับ

$z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ คือ ค่าควอนไทล์ที่ $1-\frac{\alpha}{2}$ ของการแจกแจงปกติมาตรฐาน

2.2 ช่วงความเชื่อมั่นที่ของผลต่างค่ามัธยฐานด้วยวิธี Price Bonett bootstrap-t

กำหนดให้ $x_1^*, x_2^*, ..., x_m^*$ คือ ตัวอย่างสุ่มขนาด m จากประชากรกลุ่มที่ 1 ด้วยวิธีบูตสแตรปและ $y_1^*, y_2^*, ..., y_n^*$ คือ ตัวอย่างสุ่มขนาด n จากประชากรกลุ่มที่ 2 ด้วยวิธีบูตสแตรป โดยที่ $m \le n$ การสุ่มตัวอย่างจากทั้งสองกลุ่มประชากรต้องเป็นอิสระต่อกัน และใช้การสุ่มโดยวิธีบูตสแตรปจำนวน B ครั้ง และช่วงความเชื่อมั่นที่ $(1-\alpha)100\%$ ของผลต่างค่ามัธยฐานด้วยวิธี Price Bonett bootstrap-t คือ

$$\{(\hat{\theta}_x - \hat{\theta}_y) + \tau^*_{\alpha/2}\sqrt{\mathrm{var}(\hat{\theta}_x) + \mathrm{var}(\hat{\theta}_y)}, \quad (\hat{\theta}_x - \hat{\theta}_y) + \tau^*_{1-\alpha/2}\sqrt{\mathrm{var}(\hat{\theta}_x) + \mathrm{var}(\hat{\theta}_y)}\} \tag{2}$$

$$\tau_j^* = \frac{\hat{\Delta}_j^* - \hat{\Delta}_B}{\sqrt{\mathrm{var}(\hat{\Delta}^*)}} \text{ โดย } j = 1,2,3,\ldots, B$$

$$\hat{\Delta}_j^* = (\hat{\theta}_{xj} - \hat{\theta}_{yj})_j^* \text{ โดย } j = 1,2,3,\ldots, B$$

$$\hat{\Delta}_B = \frac{\sum_{j=1}^{B}\hat{\Delta}_j^*}{B}$$

โดยที่ $$\mathrm{var}(\hat{\theta}_x) = \left(\frac{X_{(m-c_x+1)} - X_{(c_x)}}{2z_X}\right),$$

$$\mathrm{var}(\hat{\theta}_y) = \left(\frac{X_{(n-c_y+1)} - X_{(c_y)}}{2z_y}\right)$$

$$C_x = \frac{(m+1)}{2} - \sqrt{m}, C_y = \frac{(n+1)}{2} - \sqrt{n}$$

และ $$P_x = \sum_{i=0}^{C_x-1}\binom{m}{i}(0.5)^{m-1}; \quad i = 0,1,2,...,(C_x-1)$$

$$P_y = \sum_{i=0}^{C_y-1}\binom{n}{i}(0.5)^{n-1}; \quad i = 0,1,2,...,(C_y-1)$$

$$z_x = \phi^{-1}(1-\frac{P_x}{2}), \quad z_y = \phi^{-1}(1-\frac{P_y}{2})$$

เมื่อ $\tau^*_{1-\alpha/2}, \tau^*_{\alpha/2}$ คือ ค่าควอนไทล์ที่ $1-\frac{\alpha}{2}$ และ $\frac{\alpha}{2}$ จาก τ_j^* ตามลำดับ

$\hat{\Delta}_B$ คือ ค่าประมาณแบบจุดของผลต่างค่ามัธยฐานด้วยวิธีบูตสแตรป

$\hat{\Delta}_j^*$ คือ ค่าประมาณผลต่างของค่ามัธยฐานในการสุ่มครั้งที่ j ด้วยวิธีบูตสแตรป โดย $j = 1,2,3,\ldots, B$

B คือ จำนวนรอบของการสุ่มด้วยวีบูตสแตรป

2.3 ช่วงความเชื่อมั่นที่ของผลต่างค่ามัธยฐานด้วยวิธีเปอร์เซ็นไทล์บูตสแตรป (Percentile Bootstrap)

กำหนดให้ $x_1^*, x_2^*, ..., x_m^*$ คือ ตัวอย่างสุ่มขนาด m จากประชากรกลุ่มที่ 1 ด้วยวิธีบูตสแตรปและ $y_1^*, y_2^*, ..., y_n^*$ คือ ตัวอย่างสุ่มขนาด n จากประชากรกลุ่มที่ 2 ด้วยวิธีบูตสแตรป โดยที่ $m \le n$ การสุ่มตัวอย่างจากทั้งสองกลุ่มประชากรต้องเป็นอิสระต่อกัน และใช้การสุ่มโดยวิธีบูตสแตรปจำนวน B ครั้ง และช่วงความเชื่อมั่นที่ $(1-\alpha)100\%$ ของผลต่างค่ามัธยฐานวิธีเปอร์เซ็นไทล์บูตสแตรป คือ

$$(\hat{\Delta}^*_{\alpha/2}, \hat{\Delta}^*_{1-\alpha/2}) \tag{3}$$

$$\hat{\Delta}_j^* = (\hat{\theta}_{xj} - \hat{\theta}_{yj})_j^* \text{ โดย } j = 1,2,3,\ldots, B$$

โดยที่ $\hat{\Delta}^*_{\alpha/2}, \hat{\Delta}^*_{1-\alpha/2}$ คือค่าควอนไทล์ที่ $\alpha/2$ และ $1-\alpha/2$ จากการประมาณค่าผลต่างค่ามัธยฐานด้วยวิธีบูตสแตรป

3. เกณฑ์ในการพิจารณาประสิทธิภาพของช่วงความเชื่อมั่น

การพิจารณาช่วงความเชื่อมั่นจะพิจารณาจากค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความยาวเฉลี่ย

1. ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุม (Coverage Probability; CP)

$$\mathrm{CP} = \frac{\sum_{i=1}^{5000}\mathrm{Coverage}_i}{5000} \text{ เมื่อ } i = 1,2,3,\ldots,5000$$

โดยที่ค่า Coverage_i คือ ค่าที่แสดงถึงการครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ของช่วงความเชื่อมั่นที่ใช้ประมาณค่าพารามิเตอร์นั้น 1 และมีค่าเท่ากับ 1 เมื่อช่วงความเชื่อมั่นครอบคลุมพารามิเตอร์ และ Coverage_i มีค่าเท่ากับ 0 เมื่อช่วงความเชื่อมั่นไม่ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์

2. ค่าความยาวเฉลี่ย (Average Length; AL)

$$\text{AL} = \frac{\sum_{i=1}^{5000}\left(U_i - L_i\right)}{5000} \quad \text{เมื่อ } i = 1,2,3,\ldots,5000$$

โดยที่ U_i คือ ขีดจำกัดความเชื่อมั่นด้านบนในการทดลองซ้ำครั้งที่ i

L_i คือ ขีดจำกัดความเชื่อมั่นด้านล่างในการทดลองซ้ำครั้งที่ i

การพิจารณาว่าช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างค่ามัธยฐานวิธีใดที่มีประสิทธิภาพมากกว่าจะพิจารณาจากค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมเป็นอันดับแรกว่ามีค่าเข้าใกล้หรือเท่ากับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นคือ 0.95 หรือไม่ โดยพิจารณาดังนี้ ถ้าพบว่าค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมที่ได้นั้นมีค่าอยู่ระหว่าง 0.9439 และ 0.9560 แสดงว่าค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมมีค่าเท่ากับ 0.95 ซึ่ง Tongkaw [7] ได้ใช้เกณฑ์ดังกล่าวในการวิเคราะห์ประสิทธิภาพของช่วงความเชื่อมั่นความแปรปรวนของประชากร 1 กลุ่ม เมื่อข้อมูลไม่มีการแจกแจงปกติ โดยกำหนดระดับความเชื่อมั่นที่ 95% และจำลองข้อมูลด้วยเทคนิคมอนติคาร์โลทำซ้ำ 5,000 ครั้ง และในการศึกษานี้ได้กำหนดระดับความเชื่อมั่นที่ 95% เช่นเดียวกัน เมื่อพบว่าค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมของช่วงความเชื่อมั่นผลต่างค่ามัธยฐานไม่เท่ากับ 0.95 จะพิจารณาว่าวิธีใดมีค่าเข้าใกล้มากสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นมากที่สุด วิธีนั้นจะเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพดีสุด แต่ถ้าเมื่อเปรียบเทียบแล้วพบว่ามีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมใกล้เคียงกันจะพิจารณาจากค่าความยาวเฉลี่ยเป็นอันดับต่อไปถ้าวิธีใดมีค่าความยาวเฉลี่ยน้อยกว่าวิธีนั้นจะเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพดีสุด

4. ผลการวิจัย

การศึกษานี้จำลองข้อมูลด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล ทำซ้ำ 5,000 ครั้ง โดยจำลองข้อมูลจากประชากรที่มีการแจกแจงของข้อมูลและขนาดของตัวอย่างแต่ละกลุ่ม แบบต่างๆ เป็นตารางที่ 1 และตารางที่ 2 ตามลำดับต่อไปนี้

ตารางที่ 1 ลักษณะการแจกแจงของข้อมูลแต่ละกลุ่ม

การแจกแจงของข้อมูลกลุ่มที่ 1	การแจกแจงของข้อมูลกลุ่มที่ 2	ผลต่างค่ามัธยฐานของประชากร
Log-N(0,1)	N(0,1)	1
Log-N(0,1)	Weibull(0.5,0.5)	0.7598
Log-N(0,1)	Exp(1)	0.3068
N(0,1)	N(0,2)	0

ตารางที่ 2 ลักษณะขนาดตัวอย่างของแต่ละกลุ่มในการจำลองข้อมูล

ขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 1	ขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 2
10	10
10	20
10	30
20	20
20	30
30	30

การแจกแจงของข้อมูลที่ศึกษาประกอบไปด้วยการแจกแจงปกติซึ่งเป็นการแจกแจงที่นิยมนำวิเคราะห์ข้อมูลต่างๆ อย่างกว้างขวางเนื่องจากข้อมูลส่วนใหญ่จะมีการแจกแจงปกติ และการแจกแจงแบบเบ้ขวาที่สามารถประยุกต์ใช้ได้หลากหลายสาขาวิชา เช่น อายุการใช้งานของระบบต่างๆ จนกระทั่งระบบนั้นใช้งานไม่ได้ในสาขาทางวิศวกรรมมีการแจกแจงแบบไวบูลล์ และ Smith and Merceret [9] กล่าวว่าในการแพทย์ได้นำการแจกแจงล็อกนอร์มอล ไปใช้อธิบายเกี่ยวกับระยะเวลาในการแพร่กระจายของเชื้อโรคในผู้ป่วย และระยะเวลาระหว่างที่ลูกค้าเข้ามาใช้บริการ มีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง โดยการแจกแจงแบบเลขชี้กำลังจะเป็นการ

ตารางที่ 3 ค่าความน่าจะเป็นและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นผลต่างค่ามัธยฐานของประชากรสองกลุ่มทั้ง 3 วิธี เมื่อข้อมูลกลุ่มที่ 1 มีการแจกแจง Log-N(0,1) และประชากรกลุ่มที่ 2 มีการแจกแจง N(0,1)

การแจกแจงข้อมูลกลุ่มที่ 1	**การแจกแจงข้อมูลกลุ่มที่ 2**	**ขนาดตัวอย่าง (กลุ่ม 1, กลุ่ม 2)**	**ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุม (CP) ค่าความยาวเฉลี่ย (AL)**	**วิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นผลต่างค่ามัธยฐานของประชากรสองกลุ่ม**		
				Price Bonett	Price Bonett Bootstrap-t	Percentile Bootstrap
Log-N(0,1)	N(0,1)	(10,10)	CP	0.9602	**0.9600**	0.9650
			AL	2.6011	**2.5350**	2.5346
		(10,20)	CP	0.9528*	**0.9560***	0.9174
			AL	2.2704	**1.7591**	1.7587
		(10,30)	CP	0.9532*	**0.9550***	0.8764
			AL	2.1412	**1.4214**	1.4214
		(20,20)	CP	0.9480*	**0.9544***	0.9602
			AL	1.7004	**1.6816**	1.6811
		(20,30)	CP	0.9516*	**0.9558***	0.9428
			AL	1.5524	**1.3779**	1.3775
		(30,30)	CP	0.9570	**0.9634**	0.9688
			AL	1.3480	**1.3465**	1.3462

* คือ ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุม เท่ากับ 0.95 และตัวเข้มแสดงให้เห็นถึงวิธีประมานช่วงความเชื่อมั่นที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด

แจกแจงของระยะเวลาที่รอคอยจนกว่าจะเกิดเหตุการณ์ที่สนใจขึ้นเป็นครั้งแรก เป็นต้น โดยจำลองข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพวิธีประมาณค่าช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างค่ามัธยฐาน 3 วิธี คือ 1) Price Bonett 2) Price Bonett Bootstrap-t และ 3) Percentile Bootstrap ในกรณีคำนวณช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างค่ามัธยฐานที่ใช้วิธีบูตสแตรป จำนวนรอบของการสุ่มด้วยวิธีบูตสแตรป คือ 5,000 ครั้ง โปรแกรมที่ใช้ในการจำลองข้อมูลคือโปรแกรม R

จากการจำลองข้อมูลในการศึกษานี้จะแสดงการเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมและค่าความยาวเฉลี่ยที่จากช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างค่ามัธยฐาน ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบต่างๆ ตามขนาดตัวอย่างที่กำหนดไว้ โดยแสดงการเปรียบเทียบทั้งหมด 3 วิธีการประมาณค่า คือ

- วิธี Price Bonett ที่คำนวณจากสมการที่ (1)
- วิธี Price Bonett Bootstrap-t ที่คำนวณจากสมการที่ (2)
- วิธี Percentile Bootstrap ที่คำนวณจากสมการที่ (3)

ผลการจำลองข้อมูลจากตารางที่ 3 แสดงได้ว่า เมื่อข้อมูลกลุ่มที่ 1 มีการแจกแจงเบ้ขวาและข้อมูลกลุ่มที่ 2 มีการแจกแจงปกติ จะได้ว่าค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมของช่วงความเชื่อมั่นผลต่าง ค่ามัธยฐานวิธี Price Bonett Bootstrap-t มีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมใกล้เคียงกับวิธี Price Bonett โดยทั้งสองวิธีให้ค่าความน่าจะเป็นใกล้เคียง 0.95 แต่วิธี Price Bonett Bootstrap-t ให้ค่าความยาวเฉลี่ยน้อยกว่าทุกๆ รูปแบบของขนาดตัวอย่าง

จากตารางที่ 4 แสดงได้ว่าเมื่อข้อมูลกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 มีการแจกแจงแบบเบ้ขวา ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างเป็น (10, 10) และ (20, 20) ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมที่ได้จากช่วงความเชื่อมั่นผลต่างค่ามัธยฐานวิธี Price Bonett Bootstrap-t มีค่าเท่ากับ 0.95 กรณีที่ขนาดตัวอย่างเป็น (10, 20) และ (10, 30) ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมเท่ากับ 0.95 ในกรณีขนาดตัวอย่างเป็น (20, 30) ช่วงความเชื่อมั่นผลต่างค่ามัธยฐานวิธี Price Bonett Bootstrap-t และวิธี

ตารางที่ 4 ค่าความน่าจะเป็นและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นผลต่างค่ามัธยฐานของประชากรสองกลุ่มทั้ง 3 วิธี เมื่อข้อมูลกลุ่มที่ 1 มีการแจกแจง Log-N(0,1) และประชากรกลุ่มที่ 2 มีการแจกแจง Weibull(0.5, 0.5)

การแจกแจงข้อมูลกลุ่มที่ 1	การแจกแจงข้อมูลกลุ่มที่ 2	ขนาดตัวอย่าง (กลุ่ม 1, กลุ่ม 2)	ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุม (CP) ค่าความยาวเฉลี่ย (AL)	วิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นผลต่างค่ามัธยฐานของประชากรสองกลุ่ม		
				Price Bonett	Price Bonett Bootstrap-t	Percentile Bootstrap
Log-N(0,1)	Weibull(0.5,0.5)	(10,10)	CP	0.9642	**0.9472***	0.9580
			AL	2.5029	2.6588	2.6586
		(10,20)	CP	**0.9474***	0.9328	0.8876
			AL	2.0920	1.5980	1.5976
		(10,30)	CP	**0.9464***	0.9280	0.8044
			AL	2.0229	1.2138	1.2136
		(20,20)	CP	0.9586	**0.9516***	0.9584
			AL	1.4927	1.5284	1.5281
		(20,30)	CP	0.9530*	**0.9442***	0.9256
			AL	1.3722	**1.2000**	1.1996
		(30,30)	CP	**0.9546***	0.9486*	0.9600
			AL	**1.1668**	1.1875	1.1873

* คือ ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุม เท่ากับ 0.95 และตัวเข้มแสดงให้เห็นถึงวิธีประมานช่วงความเชื่อมั่นที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด

Price Bonett ให้ค่าความน่าจะเป็นเท่ากับ 0.95 เหมือนกัน แต่วิธี Price Bonett Bootstrap-t ให้ค่าความยาวเฉลี่ยที่น้อยกว่าและกรณีขนาดตัวอย่างเป็น (30,30) ช่วงความเชื่อมั่นผลต่างค่าเฉลี่ยวิธี Price Bonett Bootstrap-t และวิธี Price Bonett ให้ค่าความน่าจะเป็นเท่ากับ 0.95 เหมือนกัน แต่วิธี Price Bonett นั้นให้ค่าความยาวเฉลี่ยน้อยกว่า

ตารางที่ 5 แสดงได้ว่าเมื่อข้อมูลกลุ่มที่ 1 และข้อมูลกลุ่มที่ 2 มีการแจกแจงแบบเบ้ขวา กรณีขนาดตัวอย่างเป็น (10, 10) ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมที่ได้จากช่วงความเชื่อมั่นผลต่างค่ามัธยฐานวิธี Price Bonett Bootstrap-t มีค่าเข้าใกล้ 0.95 มากที่สุด เมื่อเปรียบเทียบกับวิธีอื่นๆ กรณีขนาดตัวอย่างเป็น (10, 20), (10, 30), (20, 30) ช่วงความเชื่อมั่นผลต่างค่ามัธยฐานวิธี Price Bonett Bootstrap-t และ Price Bonett มีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมเท่ากับ 0.95 เหมือนกัน แต่ วิธี Price Bonett Bootstrap-t ให้ค่าความยาวเฉลี่ยน้อยกว่าและสำหรับกรณีขนาดตัวอย่างคือ (20, 20), (30, 30) ช่วงความเชื่อมั่นผลต่างค่ามัธยฐานวิธี Price Bonett และ Price Bonett Bootstrap-t ให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมเท่ากับ 0.95 เหมือนกันและให้ค่าความยาวเฉลี่ยพอๆ กัน

ตารางที่ 6 แสดงได้ว่าเมื่อข้อมูลทั้งสองกลุ่มมีการแจกแจงปกติ กรณีขนาดตัวอย่างคือ (10, 10), (20, 30) ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมช่วงความเชื่อมั่นผลต่างค่ามัธยฐานวิธี Price Bonett ให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมเท่ากับ 0.95

กรณีขนาดตัวอย่างคือ (10, 20) ช่วงความเชื่อมั่นผลต่างค่ามัธยฐาน Price Bonett Bootstrap-t ให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมเข้าใกล้ 0.95 มากกว่าวิธีอื่นๆ กรณีขนาดตัวอย่างคือ (10,30) ช่วงความเชื่อมั่นผลต่างค่ามัธยฐานวิธี Price Bonett และ Price Bonett Bootstrap-t ให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมเท่ากับ 0.95 แต่วิธี Price Bonett bootstrap-t ให้ค่าความยาวเฉลี่ยน้อยกว่า กรณีขนาดตัวอย่างคือ (20, 20), (30, 30) ช่วงความเชื่อมั่นผลต่างค่ามัธยฐานวิธี Price Bonett Bootstrap-t ให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมเท่ากับ 0.95

ตารางที่ 5 ค่าความน่าจะเป็นและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นผลต่างค่ามัธยฐานของประชากรสองกลุ่มทั้ง 3 วิธี เมื่อข้อมูลกลุ่มที่ 1 มีการแจกแจง Log-N(0,1) และประชากรกลุ่มที่ 2 มีการแจกแจง Exp(1)

การแจกแจงข้อมูลกลุ่มที่ 1	การแจกแจงข้อมูลกลุ่มที่ 2	ขนาดตัวอย่าง (กลุ่ม 1, กลุ่ม 2)	ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุม (CP) ค่าความยาวเฉลี่ย (AL)	วิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นผลต่างค่ามัธยฐานของประชากรสองกลุ่ม		
				Price Bonett	Price Bonett Bootstrap-t	Percentile Bootstrap
Log-N(0,1)	Exp(1)	(10,10)	CP	0.9646	**0.9570**	0.9652
			AL	2.4417	2.4421	2.4417
		(10,20)	CP	0.9514*	**0.9514***	0.9064
			AL	2.1654	**1.6474**	1.6469
		(10,30)	CP	0.9534*	**0.9476***	0.8596
			AL	2.0444	**1.3002**	1.2998
		(20,20)	CP	**0.9558***	0.9550*	0.9666
			AL	**1.5580**	1.5634	1.5631
		(20,30)	CP	0.9540*	**0.9538***	0.9370
			AL	1.4409	**1.2684**	1.2680
		(30,30)	CP	**0.9482***	0.9512*	0.9576
			AL	**1.2339**	1.2413	1.2410

* คือ ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุม เท่ากับ 0.95 และตัวเข้มแสดงให้เห็นถึงวิธีประมาณช่วงความเชื่อมั่นที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด

ตารางที่ 6 ค่าความน่าจะเป็นและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นผลต่างค่ามัธยฐานของประชากรสองกลุ่มทั้ง 3 วิธี เมื่อข้อมูลทั้งสองกลุ่มมีการแจกแจงปกติ

การแจกแจงข้อมูลกลุ่มที่ 1	การแจกแจงข้อมูลกลุ่มที่ 2	ขนาดตัวอย่าง (กลุ่ม 1, กลุ่ม 2)	ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุม (CP) ค่าความยาวเฉลี่ย (AL)	วิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นผลต่างค่ามัธยฐานของประชากรสองกลุ่ม		
				Price Bonett	Price Bonett Bootstrap-t	Percentile Bootstrap
N(0,1)	N(0,2)	(10,10)	CP	**0.9472***	0.9622	0.9600
			AL	3.6975	3.4359	3.4355
		(10,20)	CP	0.9646	**0.9564**	0.9398
			AL	2.8177	**2.4890**	2.4880
		(10,30)	CP	0.9520*	**0.9548***	0.9252
			AL	2.4853	**2.0632**	2.0627
		(20,20)	CP	0.9426	**0.9538***	0.9620
			AL	2.5302	**2.4530**	2.4526
		(20,30)	CP	**0.9478***	0.9568	0.9568
			AL	2.1772	2.0403	2.0397
		(30,30)	CP	0.9428	**0.9552***	0.9636
			AL	2.0622	**2.0311**	2.0306

* คือ ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุม เท่ากับ 0.95 และตัวเข้มแสดงให้เห็นถึงวิธีประมาณช่วงความเชื่อมั่นที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด

ผลการวิจัยยังแสดงให้เห็นว่าเมื่อขนาดตัวอย่างกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งเพิ่มขึ้นค่าความยาวเฉลี่ยจะมีค่าลดลง ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Tongkaw and Pongsakchat [8] และ Tongkaw [6] ที่ได้ศึกษาการพัฒนาประสิทธิภาพของช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวนด้วยวิธีต่างๆ

5. อภิปรายผลและสรุป

จากผลการวิจัยที่ได้จากการศึกษาการพัฒนาช่วงความเชื่อมั่นผลต่างค่ามัธยฐานสำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบต่างๆ โดยเปรียบเทียบประสิทธิภาพ 3 วิธี คือ Price Bonett, Price Bonett Bootstrap-t และ Percentile Bootstrap พบว่าช่วงความเชื่อมั่นผลต่างค่ามัธยฐานวิธี Price Bonett Bootstrap-t ซึ่งเป็นช่วงความเชื่อมั่นที่พัฒนาขึ้นในการศึกษาครั้งนี้ โดยคำนวณได้จากสมการที่ (2) มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีอื่นๆ ในสถานการณ์ส่วนใหญ่ของการจำลองข้อมูล โดยเฉพาะกรณีที่ข้อมูลกลุ่มที่ 1 มีการแจกแจงเบ้ขวา และข้อมูลกลุ่มที่ 2 มีการแจกแจงปกติ ช่วงความเชื่อมั่นที่พัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีอื่นๆ ทุกกรณีของขนาดตัวอย่าง รวมทั้งกรณีที่ข้อมูลทั้ง 2 กลุ่มที่มีการแจกแจงเบ้ขวา ช่วงความเชื่อมั่นผลต่างค่ามัธยฐานวิธี Price Bonett Bootstrap-t ที่พัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพที่ดีกว่าวิธีอื่นๆ อยู่ในหลายสถานการณ์ โดยสรุปแล้วจะเห็นได้ว่าช่วงความเชื่อมั่นผลต่างค่ามัธยฐานวิธี Price Bonett Bootstrap-t มีประสิทธิภาพที่ดีกว่าวิธี Price Bonett และ Percentile Bootstrap อย่างชัดเจน ถึง 17 สถานการณ์จาก 24 สถานการณ์ (4 รูปแบบการแจกแจงของข้อมูล และ 6 รูปแบบขนาดตัวอย่าง 4×6=24 สถานการณ์)

ผลที่ได้จากการศึกษานี้เป็นไปตามความคาดหวังของผู้ทำวิจัยที่คาดว่าช่วงความเชื่อมั่นที่สร้างขึ้นโดยการใช้เทคนิคการประมาณการแจกแจงตัวประมาณผลต่างมัธยฐาน เมื่อไม่ทราบการแจกแจงของข้อมูล หรือข้อมูลนั้นไม่มีการแจกแจงปกติ ด้วยวิธีบูตสแตรปทีและทำให้ช่วงความเชื่อมั่นผลต่างค่ามัธยฐานมีประสิทธิภาพดีขึ้นและดีกว่าวิธีอื่นๆ หลากหลายสถานการณ์ ซึ่งสอดคล้องกับการศึกษาของ Tongkaw [6] ที่สร้างช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวนแบบประชากรเดียวด้วยวิธีโบเน็ตร่วมกับวิธีบูตสแตรปที สำหรับข้อมูลที่ไม่มีการแจกแจงปกติและพบว่าโดยสถานการณ์ส่วนใหญ่วิธีประมาณค่าแบบช่วงที่ได้นั้นมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีอื่นๆ ข้อเสนอแนะในการศึกษาครั้งต่อไปคือการนำช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างค่ามัธยฐานสองกลุ่มประชากรวิธี Price Bonett Bootstrap-t ที่ได้พัฒนาขึ้นในการศึกษานี้ไปเปรียบเทียบกับวิธีอื่นๆ เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบต่างๆ ไม่ว่าจะเป็นข้อมูลที่มีลักษณะเบ้ซ้ายหรือเบ้ขวา เมื่อข้อมูลมีขนาดเล็กๆ เป็นต้น

เอกสารอ้างอิง

[1] S. Naksawat, S. Chadcham, and P. Makmee, “Development of the human capital assessment criteria for industrial sector,” *Research Methodology and Cognitive Science*, vol. 13, no. 2, pp. 90–108, 2015.

[2] K. Vanichbuncha, *Principles of Statistics*. Bangkok: Chulalongkorn University Press, 2010 (in Thai).

[3] R. M. Price and D. G. Bonett, “Distribution-free confidence intervals for difference and ratio of medians,” *Journal of Statistical Computation and Simulation*, vol. 72, no. 2, pp 119–124. 2002.

[4] B. Efron and R. J. Tibshiran, *An Introduction to the Bootstrap*. Boca Raton: Chapman & Hall. New York, 1994.

[5] P. Aiemsuwan, “Confidence intervals for a coefficient of quartile variation with Bonett method and Bootstrap method,” *The Journal of KMUTNB*, vol. 25, no. 1, pp. 161–168. 2015 (in Thai).

[6] A. Tongkaw, “Confidence interval of one population variance by Bonett bootstrap-t method for non-normal distributions,” *RMUTSB*

Academic Journal, vol. 5, no. 1, pp. 11–19, 2017.

[7] A. Tongkaw, "The development of confidence interval for a one population variance by adjust hummel with Bootstrap-t method," presented at the 4th NEU National and International Conference, Khon Kaen ,Thailand, july 21, 2017.

[8] A. Tongkaw and V. Pongsakchat, "Confidence intervals for a coefficient of quartile variation with Bootstrap method," presented at International Conference on Applied Statistics, Khon Kaen, Thailand, May 21–24, 2014.

[9] B. E. Smith and F. J. Merceret, "The lognormal distribution," *The College Mathematics Journal*, vol. 31, no. 4, pp. 259–261, 2000.